Takehiro Inohara
Institute for Liberal Arts
School of Environment and Society
Department of Social and Human Sciences.
inohara.t.aa@m.titech.ac.jp

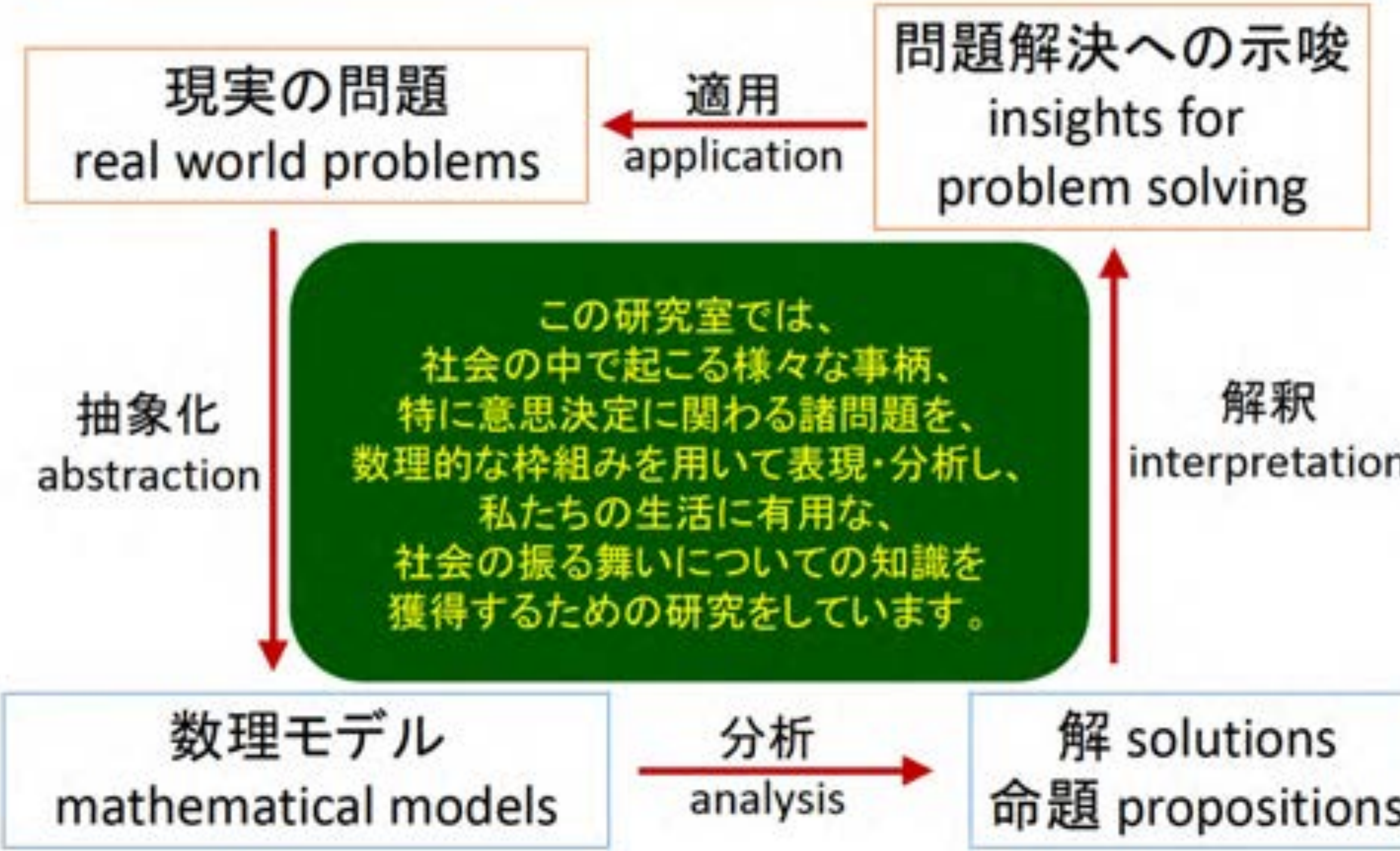
東京工業大学
Tokyo Institute of Technology

Decision Making
Conflict Resolution
Consensus Building

B.S. (Mathematics)
M.S. (Systems Science)
D.S. (Systems Science)

猪原健弘

現実の問題への数理的アプローチ
Mathematical approaches to real world problems



意思決定ツールとしての「コンフリクト解決のためのグラフモデル」

東京工業大学　猪原健弘

inohara.t.aa@m.titech.ac.jp

「コンフリクト解決のためのグラフモデル」（Graph Model for Conflict Resolution (GMCR)）は、ゲーム理論の標準形ゲームから派生した数理的なフレームワークです。複数の意思決定主体が関わる意思決定状況をどのように記述でき、どのように分析可能なのかを、例を交えて解説します。

大阪大学数理・データ科学教育研究センター

AI・データ利活用研究会　第11回

日時：2020年6月12日（金）　講演：18:00-19:00　質疑：19:00-20:00

場所：オンライン開催

本日の内容

1．自己紹介
2．本日の講演の位置づけ
3．グラフモデルの例：標準形ゲームとの比較
4．グラフモデルの定義と表現形式
5．グラフモデルの分析：合理分析と効率分析
6．各種分析方法と参考文献

本日の講演の位置づけ(1/5)

大阪大学数理・データ科学教育研究センター（MMDS）の設立理念

「数理モデリング・データ科学技術により、新たなイノベーション創出を可能にする分野横断型教育プログラムの開発を目指します。」

3つの部門：金融・保険、モデリング、データ科学

AI・データ利活用研究会の開催趣旨

「本研究会は、MMDS（大阪大学数理・データ科学教育研究センター）が厚労省事業でのリカレント教材開発を実施するに当たり、日本応用数理学会の協力のもとに、産業界で進行するAI・データの利活用、そのメカニズムを解明する理論研究の調査を進めることを目的として、不定期に開催するものです。広く学界、産業界、社会人に公開し、2021年3月での事業終了後も継続的に実施します。」

東京工業大学　環境・社会理工学院　社会・人間科学系・コースの理念

「人文・社会・理工の知と方法をもって人間と社会と科学技術をつなぎ、価値形成と問題解決に邁進する国境なきリーダーを育成する。5T Leaders：Trans-disciplinary, Translational, Transnational, Transformational and Transactional Leaders」

猪原健弘研究室の「ごあいさつ」

「この研究室では、社会の中で起こる様々な事柄、特に意思決定に関わる諸問題を、数理的な枠組みを用いて表現・分析し、私たちの生活に有用な、社会の振る舞いについての知識を獲得するための研究をしています。」

本日の講演の位置づけ(2/5)

経緯1：日本応用数理学会研究部会連合発表会での学生の発表タイトル

経緯2：私の研究室のHP内の研究プロジェクト「状態遷移時間を考慮したコンフリクト分析方法の開発・統合・実装・公表」の紹介？

（http://www.shs.ens.titech.ac.jp/~inohara/GMCR/）

等がきっかけでおよびいただきました。ありがとうございます。

参加者のみなさんはどのようなご興味で今回ご参加でしょうか？

官公庁、学界、産業界、社会人

・厚労省

・日本応用数理学会

・産業界

・AI・データの利活用に興味

・理論研究の調査に興味

本日の講演の位置づけ(3/5)

意思決定ツールとしての「コンフリクト解決のためのグラフモデル」

「コンフリクト解決のためのグラフモデル」（Graph Model for Conflict Resolution (GMCR)）は、ゲーム理論の標準形ゲームから派生した数理的なフレームワークです。複数の意思決定主体が関わる意思決定状況をどのように記述でき、どのように分析可能なのかを、例を交えて解説します。

3つのポイント

１. 複数の意思決定主体が関わる意思決定状況の記述、分析
２. ゲーム理論の標準形ゲームから派生
３. 数理的なフレームワーク

本日の講演の位置づけ(4/5)

1. 複数の意思決定主体が関わる意思決定状況の記述、分析

個人の意思決定：制約条件下での目的関数の最大化・最小化。

- 意思決定主体は制約条件をコントロールできない。

複数の意思決定主体：各主体が制約条件と目的関数を持つ。

- 他者も自分と同じように最大化・最小化を目指している。
- 他者の行動も自分の制約条件および目的関数の中に変数として組み込まれている。
- 意思決定主体は制約条件および他者の行動をコントロールできず、他者の行動が自分に影響を及ぼす。
- 意思決定主体は「他者も自分と同じように最大化・最小化を目指している」ことを手掛かりに、他者の行動を検討する。
- ただし、やはり他者も自分と同じように、自分の行動を検討している。

本日の講演の位置づけ(5/5)

2. ゲーム理論の標準形ゲームから派生

標準形ゲームと「コンフリクト解決のためのグラフモデル」（GMCR、あるいは、単にグラフモデル、GMCR）の本質的な違い。

- 標準形ゲーム　　：行動（戦略）選択モデル
- グラフモデル　　：状態遷移モデル

3. 数理的なフレームワーク

使用する数学は「離散数学」「情報数学」と呼ばれる分野の数学

- 論理、集合、グラフ、行列
- 連続性を仮定しにくい対象なので微分・積分等は使わない。
- 「主体」や「状態」の数の増加に伴う計算量の増加に対応する必要がある。
- 起こりうる状態にたいする主体の「選好」の特定はいつでも難しい。
- 選好に関する大量の「粗い」情報の入手と処理に対応する必要がある。

囚人のジレンマの「お話」

2人組の殺人犯が、それぞれ、殺人とは別の軽犯罪でつかまり、別々の部屋で取り調べを受けている。取調官は、この2人が共謀して殺人を犯したようだと考えているが、それを示す証拠がない。殺人犯として2人を捕まえるためには、2人の自白が必要である。そこで取調官は、2人それぞれに次の提案をした。

- あなたがもうひとりよりも先に殺人について自白したら、取り調べに協力的だったとのことで、殺人についても軽犯罪についても罪に問われず、無罪放免となる。そのときは、もうひとりが殺人の罪に問われ、もっとも重い罰（例えば、死刑）が課せられる。
- 逆に、もうひとりが先に殺人について自白したら、あなたは殺人の罪をひとりで問われることになり、もっとも重い罰（例えば、死刑）を課せられる。もうひとりは無罪放免となる。
- あなたともうひとりが同時に自白したら、ふたりともが殺人犯として裁かれ、長い懲役刑（例えば、懲役30年）を受ける。
- あなたともうひとりが黙秘し続けたら、ふたりともが軽犯罪者として裁かれ、短い懲役刑（例えば、懲役1年）を受ける。

囚人のジレンマ：標準形ゲーム

主体		囚人2	
	戦略	黙秘	自白
囚人1	黙秘	3, 3	1, 4
	自白	4, 1	2, 2

※青い数字は囚人1の、赤い数字は囚人2の選好を表す。

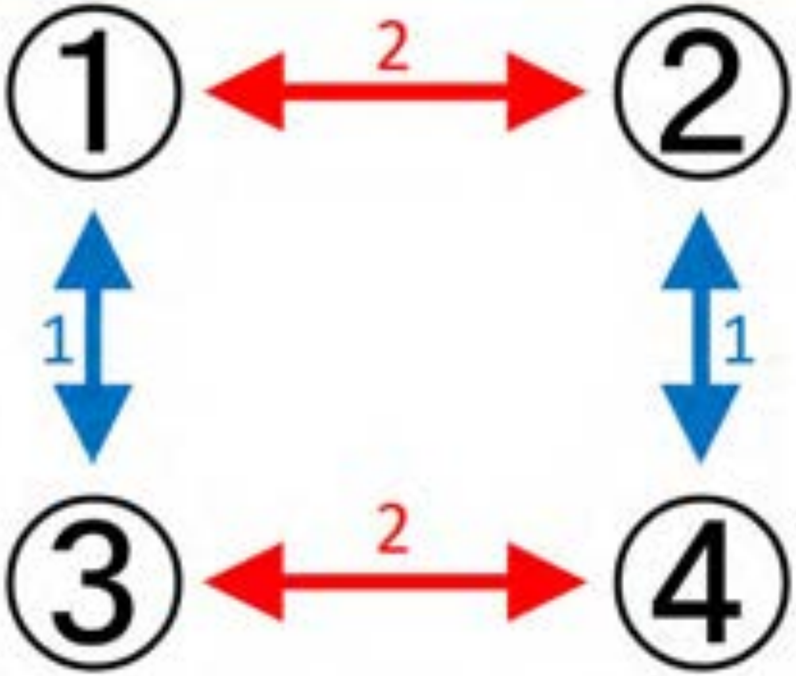
※数字が大きい方がより好ましいことを表す。

囚人のジレンマの分析

- 二人とも、相手が「黙秘」であれ「自白」であれ、自分は「自白」の方がより望ましい。つまり、それぞれにとっては「自白」がいい（支配戦略、個人の合理性）。
- 一方、両者が「黙秘」を選べば、両者が「自白」を選ぶよりも、両者にとっての望ましさが同時に高くなる（社会の効率性）。
- この２つが両立していない状況。

→両者が「黙秘」を選ぶようにできないか？

囚人のジレンマ:グラフモデル



1: ③ ① ④ ②

2: ② ① ④ ③

共有地の悲劇：標準形ゲーム

各主体は「共有地」に放牧する牛の数を選ぼうとしている。自分の牧場で育てるよりは維持費がかからない共有地で育てた方が利益が大きい。共有地、自分の牧場とも、放牧されている牛の数が増えてくると、牛の成長が鈍くなり利益が下がってくる。

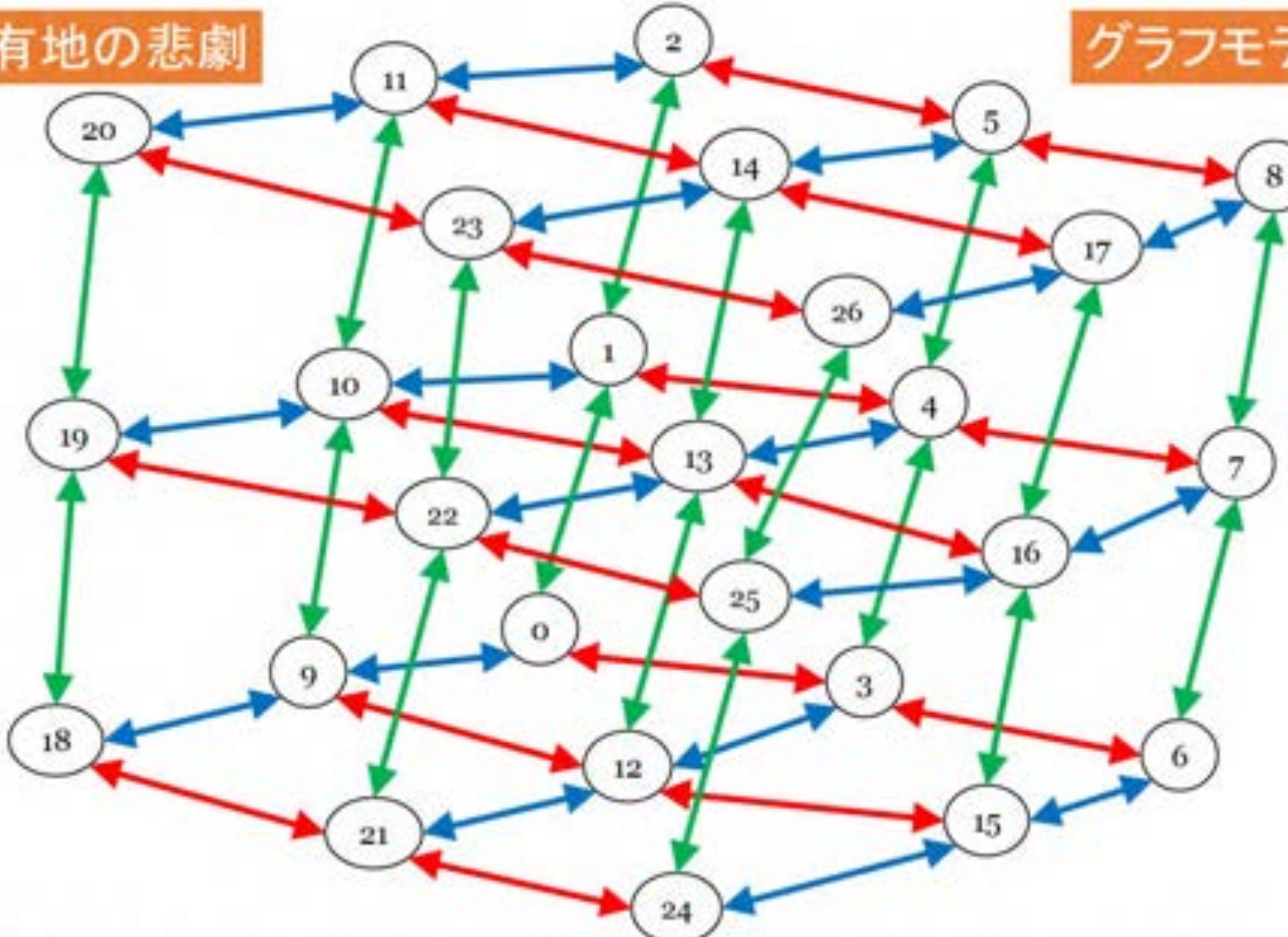
3: 1頭		2		
		1頭	2頭	3頭
1	1頭	21,21,21	14,26,14	8,27, 8
	2頭	26,14,14	23,23, 8	17,25, 3
	3頭	27, 8, 8	25,17, 3	20,20, 1

3: 2頭		2		
		1頭	2頭	3頭
1	1頭	14,14,26	8,23,23	3,25,17
	2頭	23, 8,23	17,17,17	10,20,10
	3頭	25, 3,17	20,10,10	12,12, 4

3: 3頭		2		
		1頭	2頭	3頭
1	1頭	8, 8,27	3,17,25	1,20,20
	2頭	17, 3,25	10,10,20	4,12,12
	3頭	20, 1,20	12, 4,12	8, 8, 8

共有地の悲劇

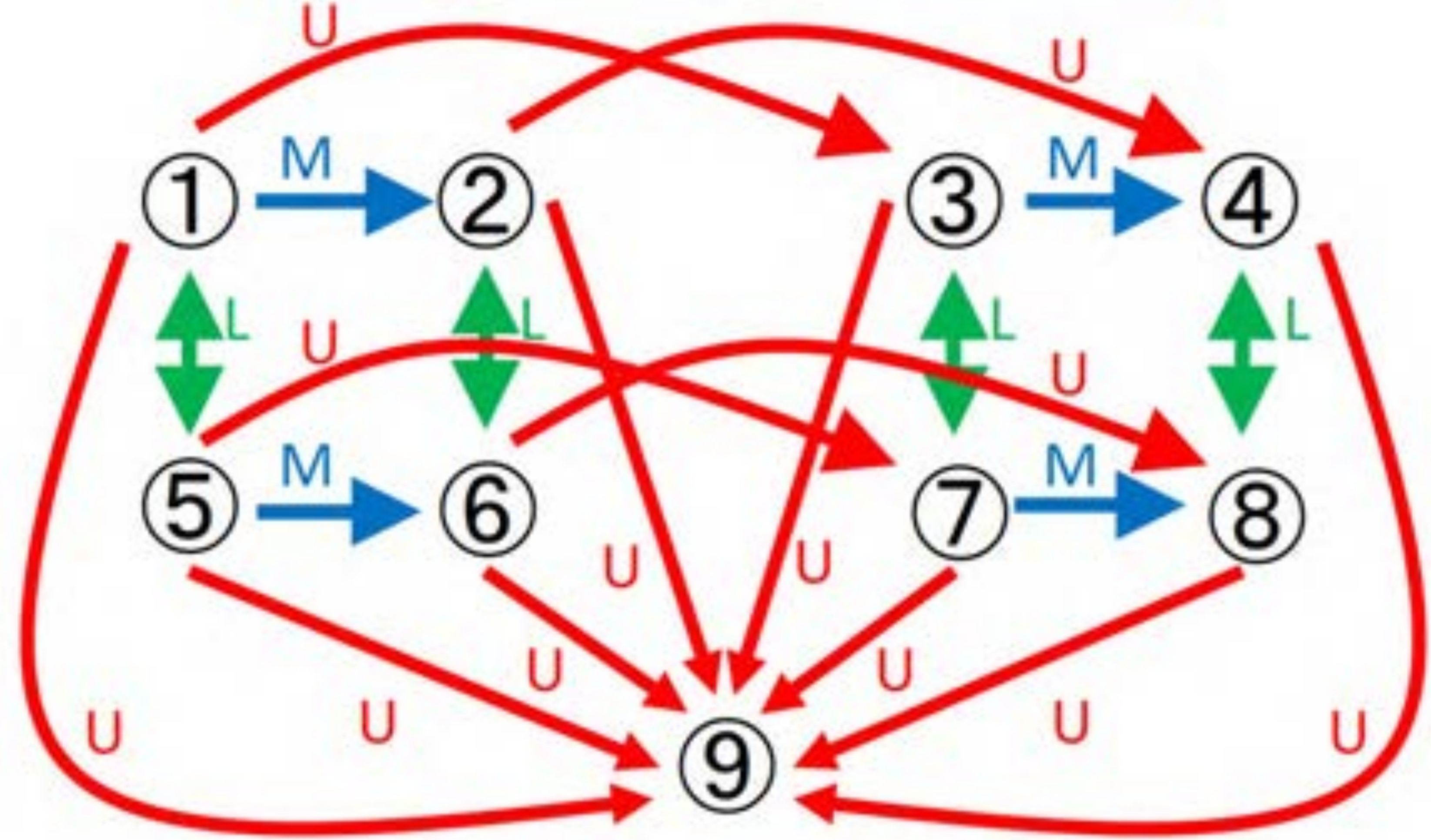
グラフモデル



6

利得	27	26	25	23	21	20	17	14	12	10	8	4	3	1
1:	18	9	19-21	10-12	0	20-22-24	11-13-15	1-3	23-25	14-16	2-4-6-26	17	5-7	8
2:	6	3	7-15	4-12	0	8-16-24	5-13-21	1-9	17-25	14-22	2-10-18-26	23	11-19	20
3:	2	1	5-11	4-10	0	8-14-20	7-13-19	3-9	17-23	16-22	6-12-18-26	25	15-21	24

エルマイラ・コンフリクト：グラフモデル



M: ⑦ ③ ④ ⑧ ⑤ ① ② ⑥ ⑨

U: ① ④ ⑧ ⑤ ⑨ ③ ⑦ ② ⑥

L: ⑦ ③ ⑤ ① ⑧ ⑥ ④ ② ⑨

グラフモデルの定義

$$(N, S, (A_i)_{i \in N}, (\succsim_i)_{i \in N})$$

- N: 意思決定主体全体の集合
- S: コンフリクトで起こりうる状態全体の集合
- A_i: 主体 i が行える状態遷移全体の集合
- $\succsim_i$: 主体 i の状態に対する選好

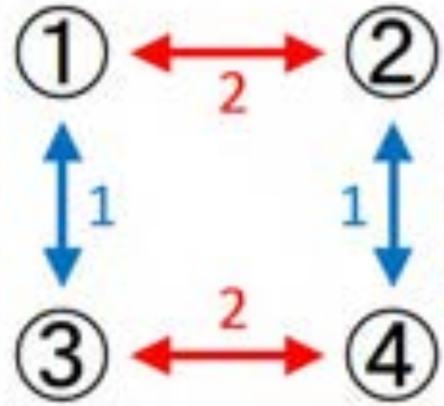
標準形ゲームの定義

$$(N, (T_i)_{i \in N}, (\succsim_i)_{i \in N})$$

- N: 意思決定主体全体の集合
- T_i: 主体 i が持っている戦略全体の集合
- $\succsim_i$: 主体 i の起こりうる結果に対する選好

例：囚人のジレンマ

主体		囚人2	
	戦略	黙秘	自白
囚人1	黙秘	①3, 3	②1, 4
	自白	③4, 1	④2, 2



主体の選好順序

1: ③ ① ④ ②

2: ② ① ④ ③

標準形ゲーム

$(N, (T_i)_{i\in N}, (\succsim_i)_{i\in N})$

集合論表現

グラフモデル

$(N, S, (A_i)_{i\in N}, (\succsim_i)_{i\in N})$

標準形ゲーム

主体：N = {1, 2};

戦略：T_1 = {黙秘, 自白}; T_2 = {黙秘, 自白}

結果：全体の集合：S=$T_1 \times T_2$

S = {①(黙秘, 黙秘), ②(黙秘, 自白), ③(自白, 黙秘), ④(自白, 自白)}

$\geq_1$ = {(①, ①), (①, ②), (①, ④), (②, ②), (③, ①), (③, ②),(③, ③), (③, ④), (④, ②), (④, ④)}（表では序数で表現）

$\geq_2$ = {(①, ①), (①, ③), (①, ④), (②, ①), (②, ②), (②, ③),(②, ④), (③, ③), (④, ③), (④, ④)}（表では序数で表現）

グラフモデル

主体：N = {1, 2};

状態全体の集合：S = {①, ②, ③, ④}

主体が行える状態遷移全体の集合：

A_1 = {(①, ③), (②, ④),(③, ①), (④, ②)}

A_2 = {(①, ②), (③, ④),(②, ①), (④, ③)}

$\geq_1$ = {(①, ①), (①, ②), (①, ④), (②, ②), (③, ①), (③, ②),(③, ③), (③, ④), (④, ②), (④, ④)}（表では序数で表現）

$\geq_2$ = {(①, ①), (①, ③), (①, ④), (②, ①), (②, ②), (②, ③),(②, ④), (③, ③), (④, ③), (④, ④)}（表では序数で表現）

グラフモデル：集合論表現、グラフ表現、行列表現

例：囚人のジレンマ

集合論表現

N = {1, 2}

S = {①, ②, ③, ④}

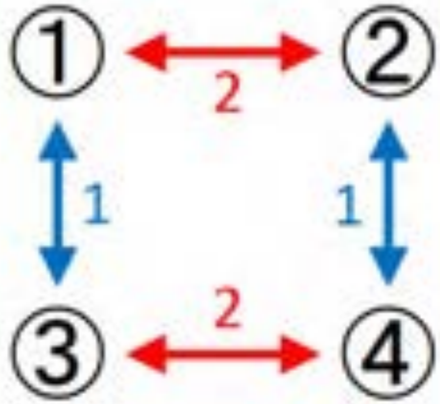
A_1 = {(①, ③), (②, ④), (③, ①), (④, ②)}

A_2 = {(①, ②), (③, ④), (②, ①), (④, ③)}

$\succeq_1$ = {(①, ①), (①, ②), (①, ④), (②, ②), (③, ①), (③, ②), (③, ③), (③, ④), (④, ②), (④, ④)}

$\succeq_2$ = {(①, ①), (①, ③), (①, ④), (②, ①), (②, ②), (②, ③), (②, ④), (③, ③), (④, ③), (④, ④)}

グラフ表現



主体の選好順序

1: ③ ① ④ ②

2: ② ① ④ ③

行列表現

主体1の
グラフの行列

A_1	①	②	③	④
①	0	0	1	0
②	0	0	0	1
③	1	0	0	0
④	0	1	0	0

主体2の
グラフの行列

A_2	①	②	③	④
①	0	1	0	0
②	1	0	0	0
③	0	0	0	1
④	0	0	1	0

主体1の
選好順序の行列

$\succeq_1$	①	②	③	④
①	1	1	0	1
②	0	1	0	0
③	1	1	1	1
④	0	1	0	1

主体2の
選好順序の行列

$\succeq_2$	①	②	③	④
①	1	0	1	1
②	1	1	1	1
③	0	0	1	0
④	0	0	1	1

グラフモデルの分析：目的（知りたいこと）

「合理分析」

主体が採用している行動基準を考えると、

- 各主体はどの状態で動きを止めそうか？
  （どの状態がその主体にとって安定か？）
- どの状態で全主体が動きを止めそうか？
  （どの状態がコンフリクトの均衡か？）
- つまり、コンフリクトはどの状態に落ち着きそうか？どの状態が達成されそうか？

「効率分析（パレート最適性）」

- 達成されるべき状態はどれか？
- 全主体の集団をひとつの社会と見るとき、その社会にとって「無駄がない」状態はどれか？

グラフモデルの分析：合理分析

グラフモデルの定義

$$(N, S, (A_i)_{i \in N}, (\succsim_i)_{i \in N})$$

- N: 意思決定主体全体の集合
- S: コンフリクトで起こりうる状態全体の集合
- A_i: 主体iが行える状態遷移全体の集合
- $\succsim_i$: 主体iの状態に対する選好

！この数学記号だけは使わせてください！

- $a \in X$　「a は、集合 X の要素である。」
- $a \notin X$　「a は、集合 X の要素ではない。」
- $A \subseteq X$　「集合 A は、集合 X の部分集合である。」
- $A \cap B$　集合 A と集合 B の共通部分の集合
- $\forall x \in A$「集合 A のどの要素 x に対しても、・・・」
- $\exists x \in A$「集合 A の要素 x が存在して、・・・」

- $t \succ_i s$　「主体 i にとって t は s より好ましい。」
- $t \succsim_i s$　「主体 i にとって t は s 以上に好ましい。」

グラフモデルの合理分析のための準備

主体 i の個人移動

$$R_i(s)=\{t\in S \mid (s, t)\in A_i\}$$

提携 H の中の主体の個人移動の列（提携移動）

$R_H(s)$ （$R_i(s)$ から帰納的に定義される）

主体 i の個人改善

$$R_i^+(s)=\{s'\in R_i(s) \mid s' \succ_i s\}$$

提携 H の中の主体の個人改善の列

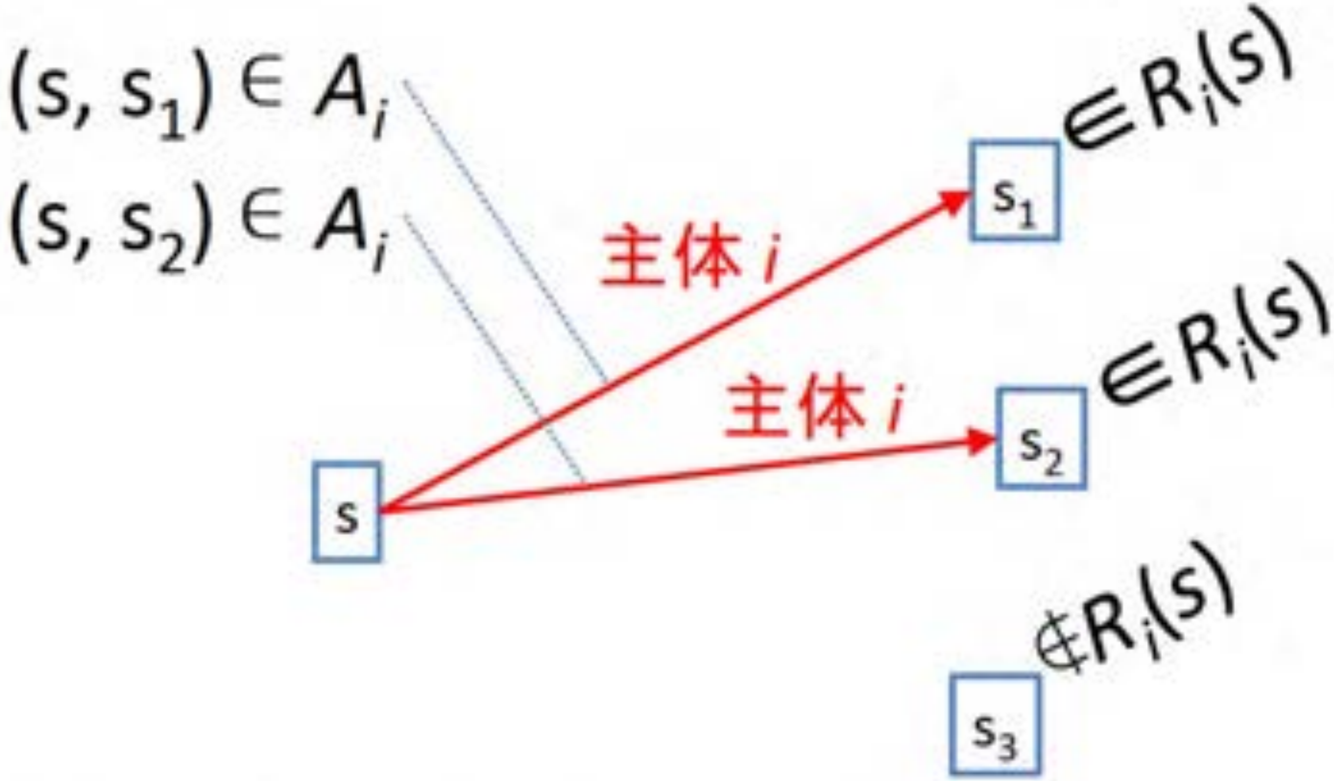
$R_H^+(s)$ （$R_i^+(s)$ から帰納的に定義される）

主体 i の選好における同程度以下の状態

$$\Phi_i^{\simeq}(s)=\{s'\in S \mid s \succsim_i s'\}$$

主体 i の個人移動

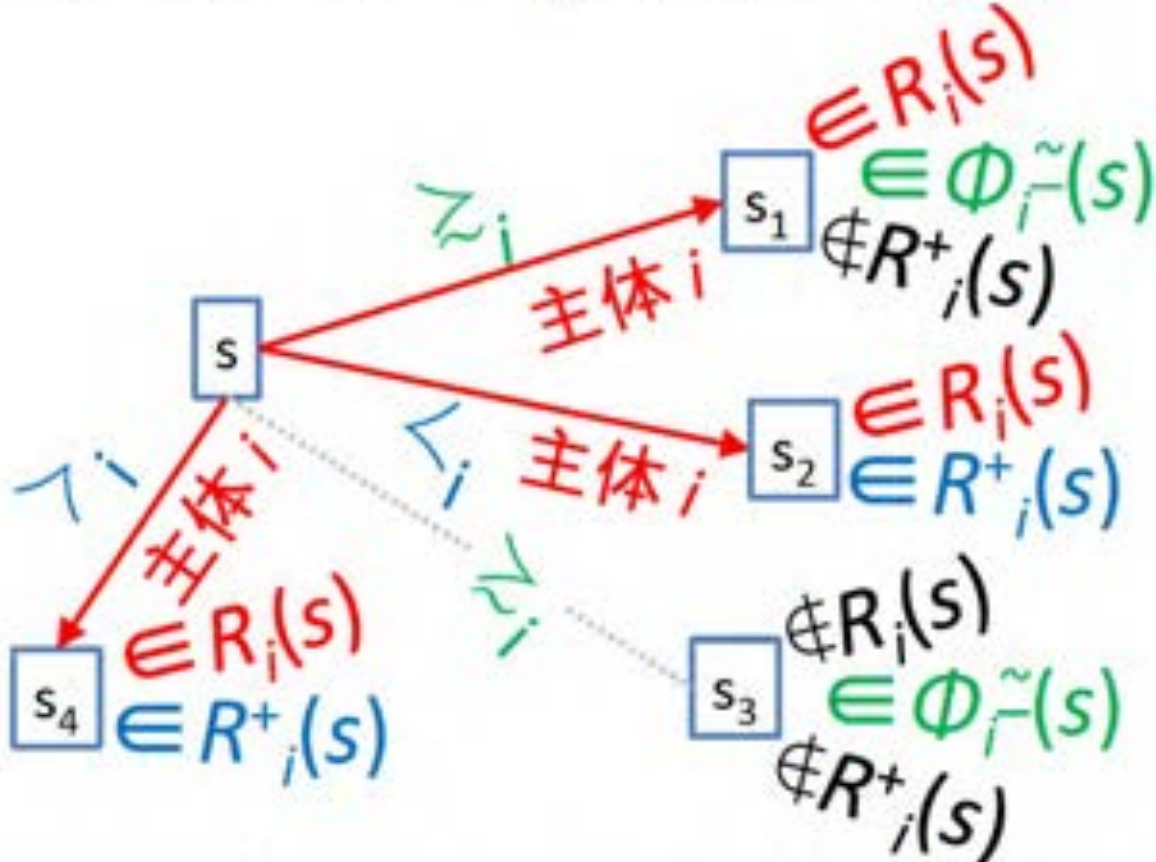
$$R_i(s)=\{t\in S \mid (s, t)\in A_i\}$$



この場合 $R_i(s)=\{s_1, s_2\}$ である。

主体 *i* の個人改善

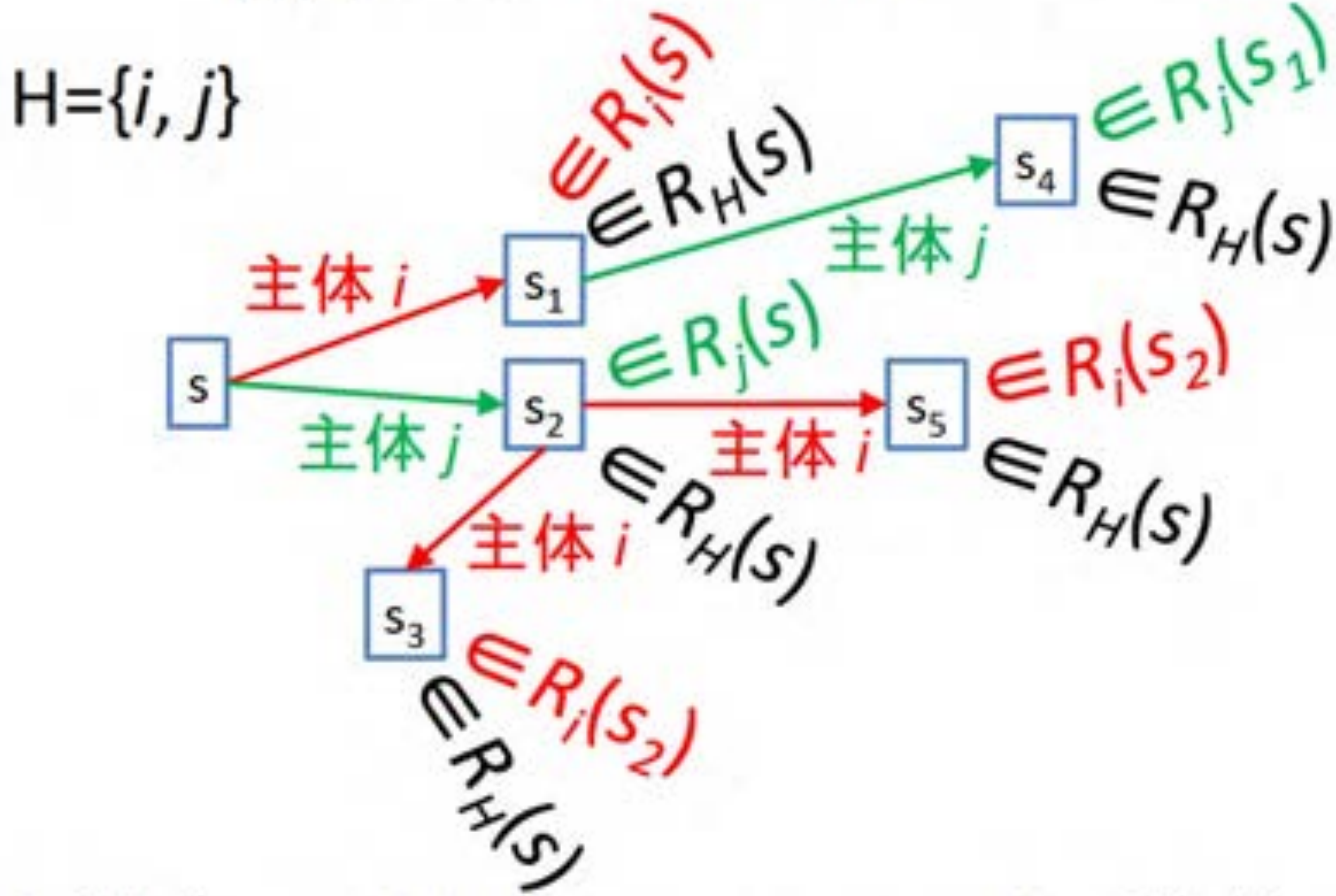
$$R_i^+(s)=\{s'\in R_i(s) \mid s' \succ_i s\}$$



この場合 $R_i(s)=\{s_1, s_2, s_4\}$ 、$R^+_i(s)=\{s_2, s_4\}$、$\Phi_i^{\sim}(s)=\{s_1, s_3\}$ である。

提携 H の中の主体の個人移動の列（提携 H の提携移動）

$R_H(s)$（$R_i(s)$ から帰納的に定義される）

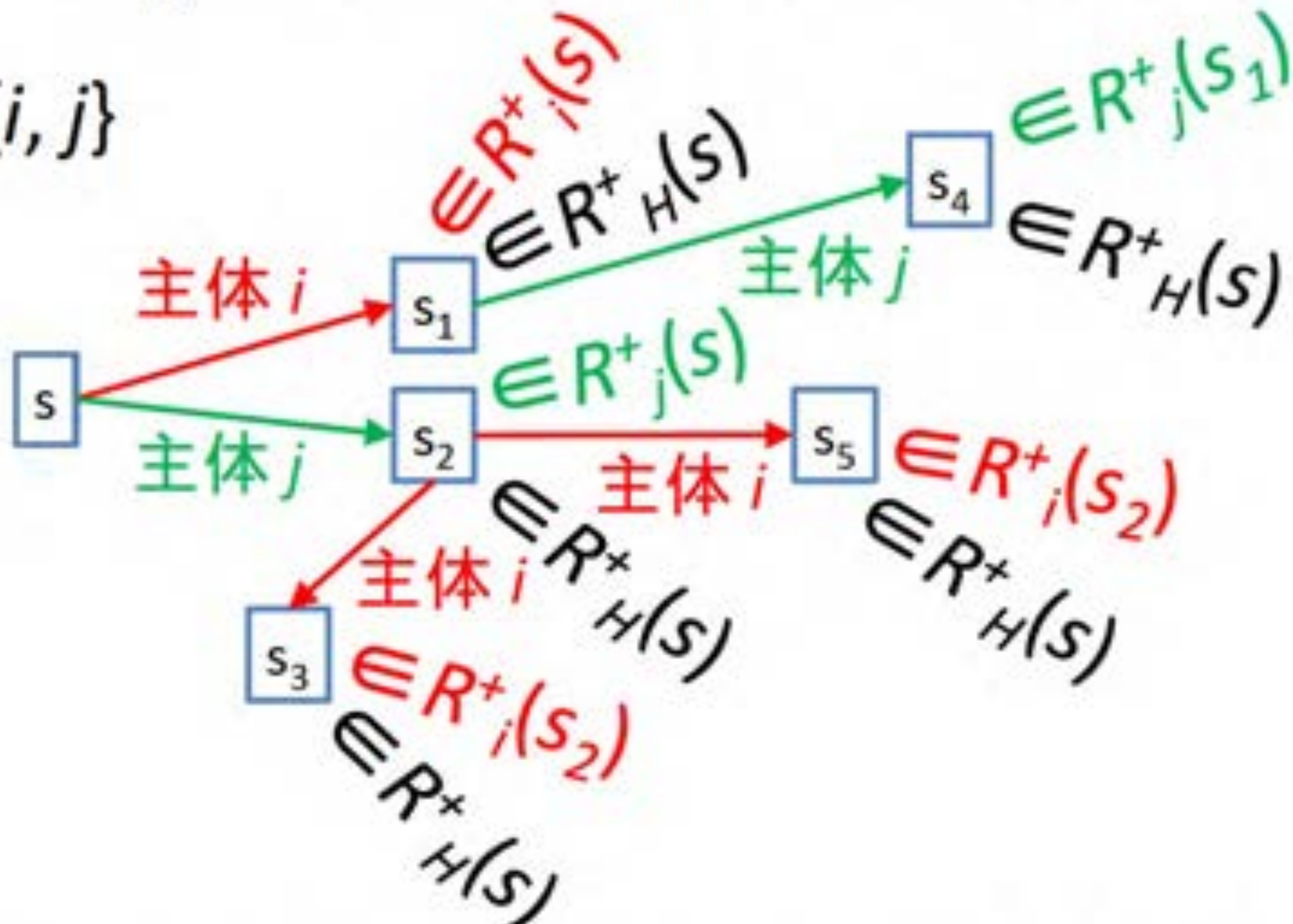


この場合、$R_H(s)=\{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5\}$ である。

提携 H の中の主体の個人改善の列

$R^+_H(s)$ （$R_i^+(s)$ から帰納的に定義される）

H={i, j}



この場合、$R^+_H(s)$={s_1, s_2, s_3, s_4, s_5} である。

$\mathrm{R_H(s)}$ の定義

$R_H(s)$は、$(R_i(s))_{\mathrm{i}\in\mathrm{N},\mathrm{s}\in\mathrm{S}}$に対して次の2つの条件を帰納的に適用して得られる集合である。

(1) $i\in H$かつ$t\in R_i(s)$ならば、$t\in R_H(s)$である。

(2) $i\in H$かつ$t\in R_H(s)$かつ$u\in R_i(t)$ならば、$u\in R_H(s)$である。

$\mathrm{R^+{}_H(s)}$の定義

$R^+{}_H(s)$は、$(R^+{}_i(s))_{\mathrm{i}\in\mathrm{N},\mathrm{s}\in\mathrm{S}}$に対して次の2つの条件を帰納的に適用して得られる集合である。

(1) $i\in H$かつ$t\in R^+{}_i(s)$ならば、$t\in R^+{}_H(s)$である。

(2) $i\in H$かつ$t\in R^+{}_H(s)$かつ$u\in R^+{}_i(t)$ ならば、$u\in R^+{}_H(s)$である。

合理分析で用いる安定性概念

Nash $R_i^+(s)=\Phi$

個人改善がない。

GMR $\forall s' \in R_i^+(s),\ R_{N-\{i\}}(s') \cap \Phi_i^{\overset{\sim}{-}}(s) \neq \Phi$

どの個人改善も他の主体たちの個人移動の列で制裁されうる。

SMR $\forall s' \in R_i^+(s),\ \exists s'' \in R_{N-\{i\}}(s') \cap \Phi_i^{\overset{\sim}{-}}(s),$
$R_i(s'') \subseteq \Phi_i^{\overset{\sim}{-}}(s)$

どの個人改善も他の主体たちの個人移動の列で脱出不可能に制裁されうる。

SEQ $\forall s' \in R_i^+(s),\ R_{N-\{i\}}^+(s') \cap \Phi_i^{\overset{\sim}{-}}(s) \neq \Phi$

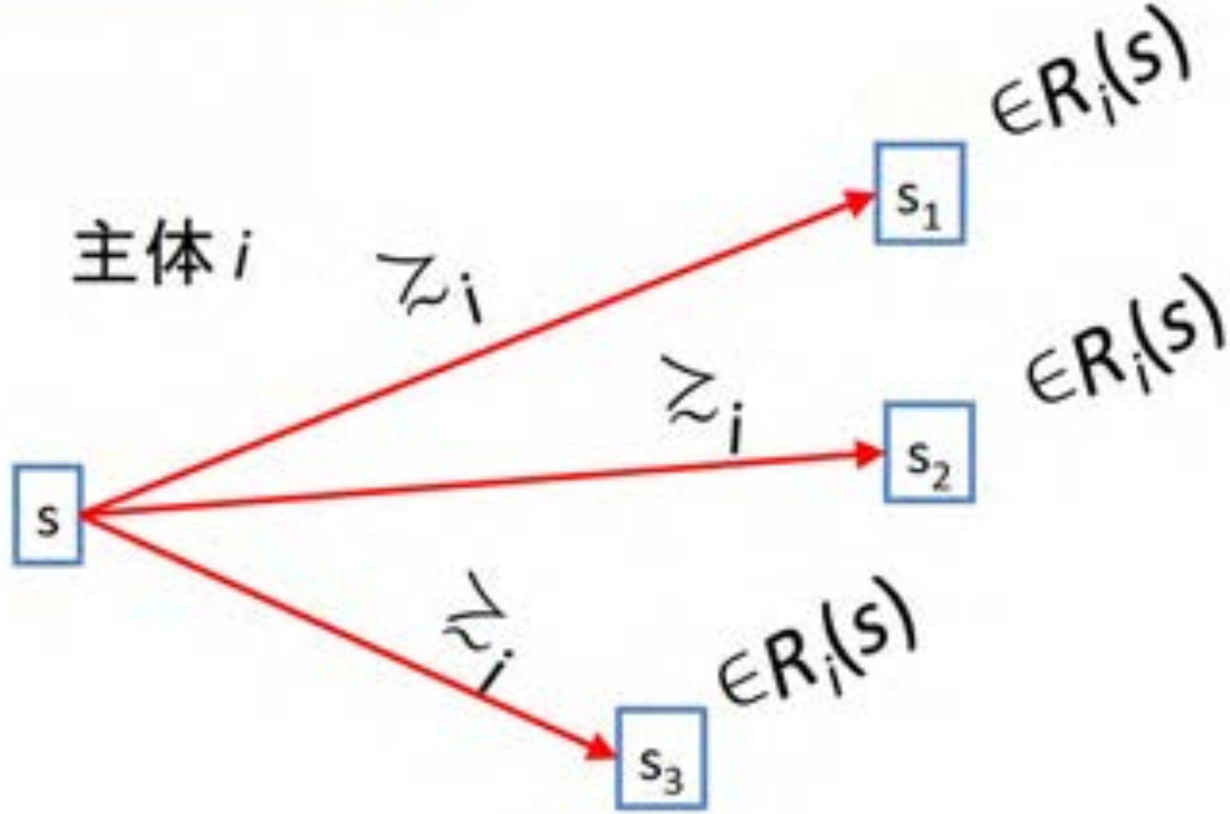
どの個人改善も他の主体たちの個人改善の列で制裁されうる。

主体が採用している行動基準

合理分析		
個人移動、 個人改善、 個人移動の列、 個人改善の列、 個人の選好	先読みの数	他者の行動と その信ぴょう性の考慮
Nash	1	他者の行動を考慮しない
GMR	2	他者の行動の信ぴょう性を考慮しない。
SMR	3	他者の行動の信ぴょう性を考慮しない。
SEQ	2	他者の行動の信ぴょう性を考慮する。

Nash: ナッシュ安定性 $R_i^+(s)=\Phi$

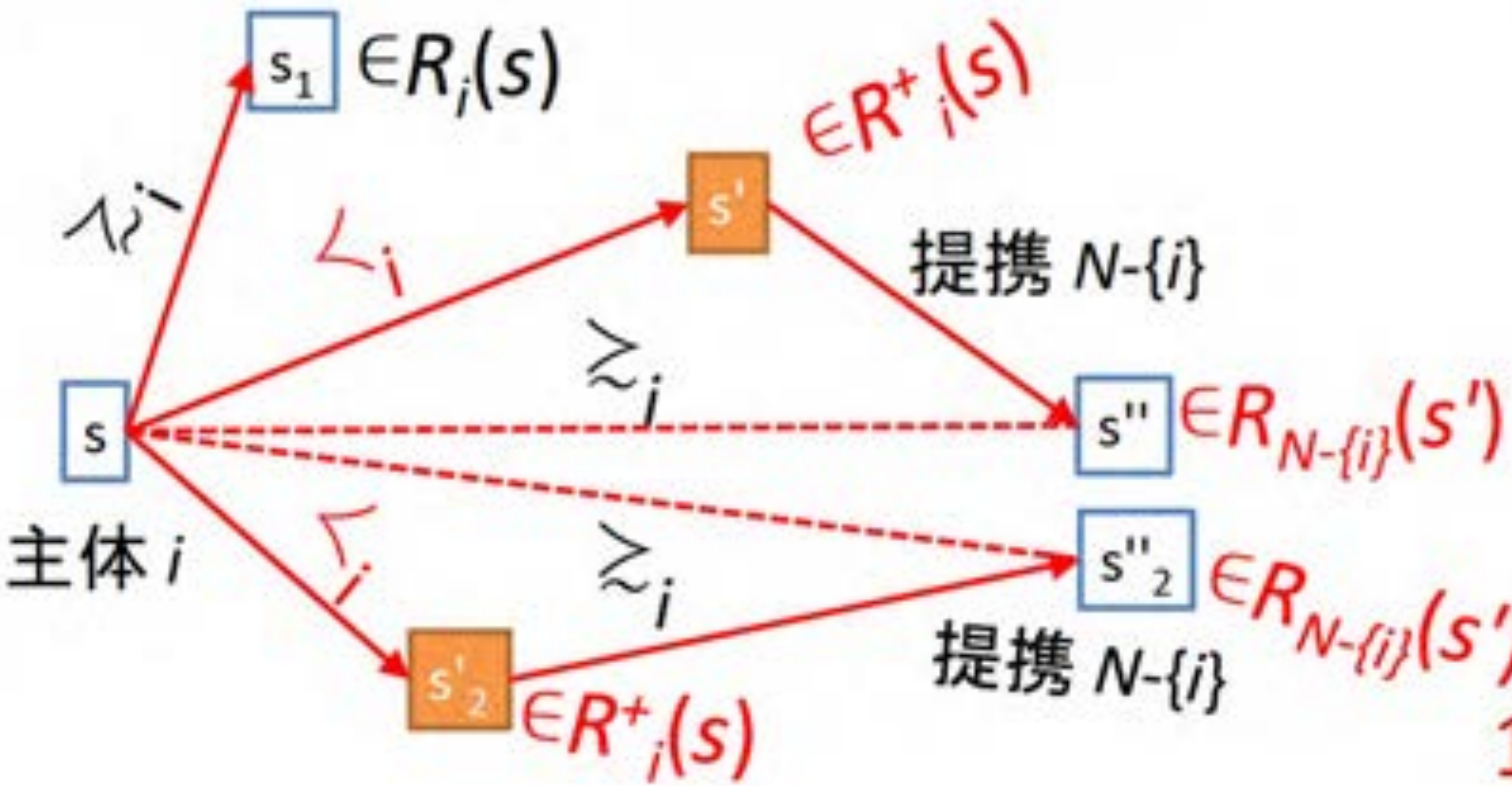
個人改善がない。



GMR: 一般メタ合理性

$$\forall s' \in R_i^{+}(s),\ R_{N-\{i\}}(s') \cap \mathit{\Phi}_i^{\tilde{-}}(s) \neq \Phi$$

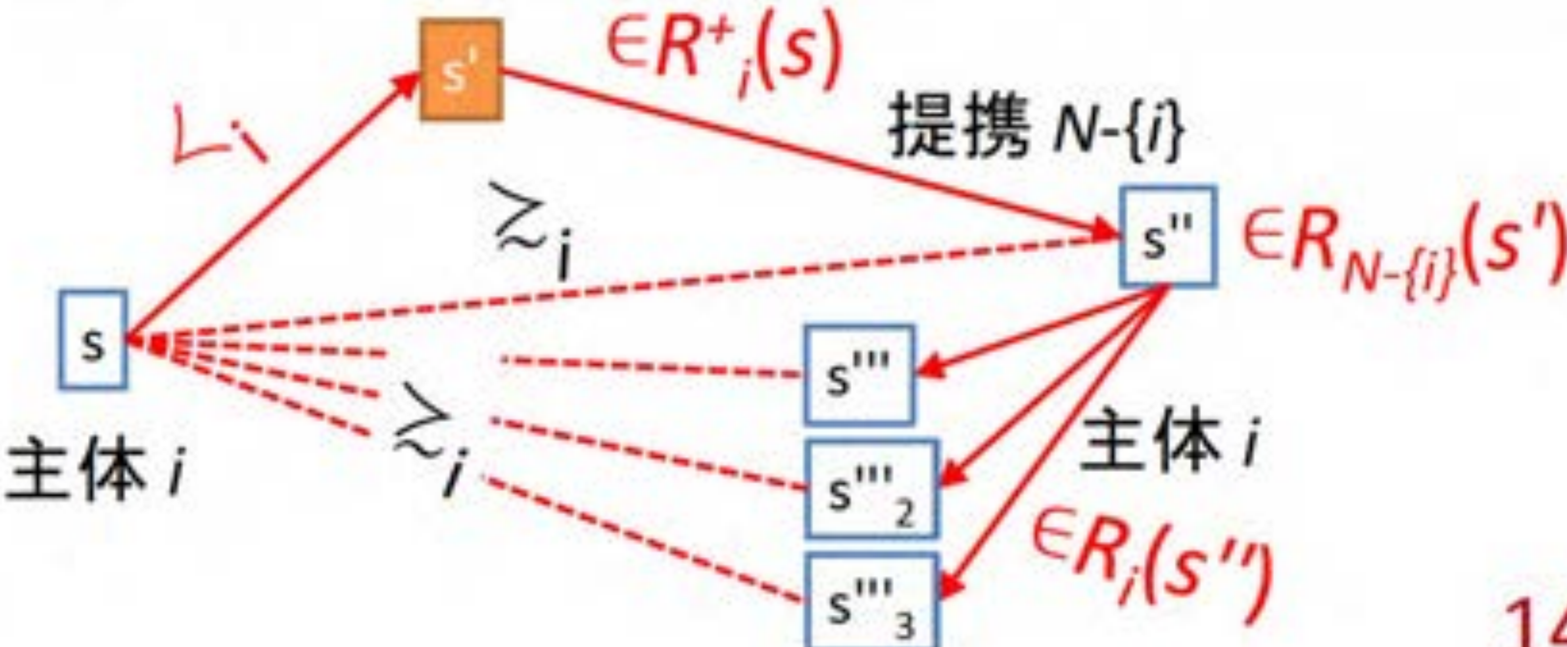
どの個人改善も他の主体たちの<u>個人移動の列</u>で
制裁されうる。



SMR: 対称メタ合理性

$$\forall s' \in R_i^+(s),\ \exists s'' \in R_{N-\{i\}}(s') \cap \Phi_i^{\sim}(s),$$
$$R_i(s'') \subseteq \Phi_i^{\sim}(s)$$

どの個人改善も他の主体たちの個人移動の列で脱出不可能に制裁されうる。

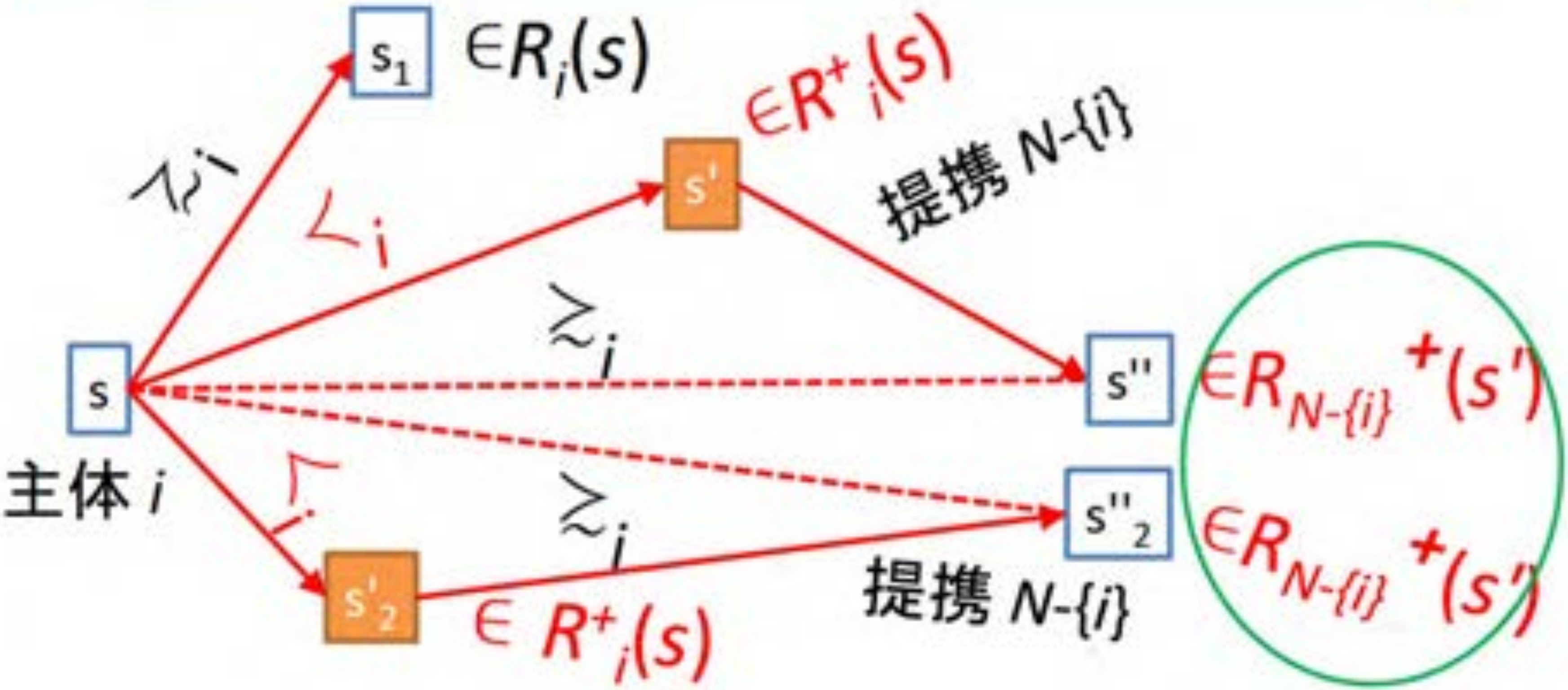


SEQ: 連続安定性

GMRとSEQの違い

$$\forall s' \in R_i^+(s),\ R_{N-\{i\}}{}^{+}(s') \cap \Phi_i^{\tilde{-}}(s) \neq \Phi$$

どの個人改善も他の主体たちの<u>個人改善の列</u>で制裁されうる。



グラフモデルの分析：効率分析

グラフモデルの定義

$$(N, S, (A_i)_{i \in N}, (\succsim_i)_{i \in N})$$

- N: 意思決定主体全体の集合
- S: コンフリクトで起こりうる状態全体の集合
- ~~A_i: 主体 i が行える状態遷移全体の集合~~
- $\succsim_i$: 主体 i の状態に対する選好

効率分析（パレート最適性）

起こりうる状態 s がパレート最適な状態であるとは、
他のどの状態 t に対しても、
「もしある主体にとって t が s より好ましいなら、
他のある主体にとっては s が t より好ましい」
ということが成り立っているときをいう。

ある誰かにとってより好ましい状態を達成しようとすると他の誰かが犠牲になる。

（別の言い方）
起こりうる状態 s がパレート最適な状態であるとは、
他のどの状態 t に対しても、
「どの主体にとっても t が s 以上に好ましく、
ある主体にとっては t が s より好ましい」
ということが成立しないときをいう。

誰かを犠牲にすることなくある誰かにとってより好ましい状態を達成することはできない。

※ある状態がパレート最適かどうかを知るには、主体の集合、状態の集合、各主体の状態に対する選好の情報があればよい（状態遷移の情報は必要ない）。

パレート最適な状態の意味は？

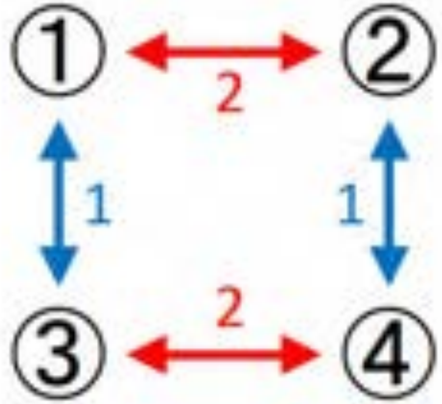
パレート最適な状態は、すべての主体が合理的（＝利己的）であるとした場合に、主体の集団にとって「無駄がない」状態である。

パレート最適な状態 s においては、他のどの状態 t と比べたとしても、誰かが損することなしに誰かが得することはできない。

ある状態と比べて、誰も損せず誰かが得するような他の状態があるなら、元の状態は、無駄がある、非効率であるといわれ、パレート最適な状態ではない。

パレート最適な状態はどれでしょう？

例:囚人のジレンマ



主体の選好順序

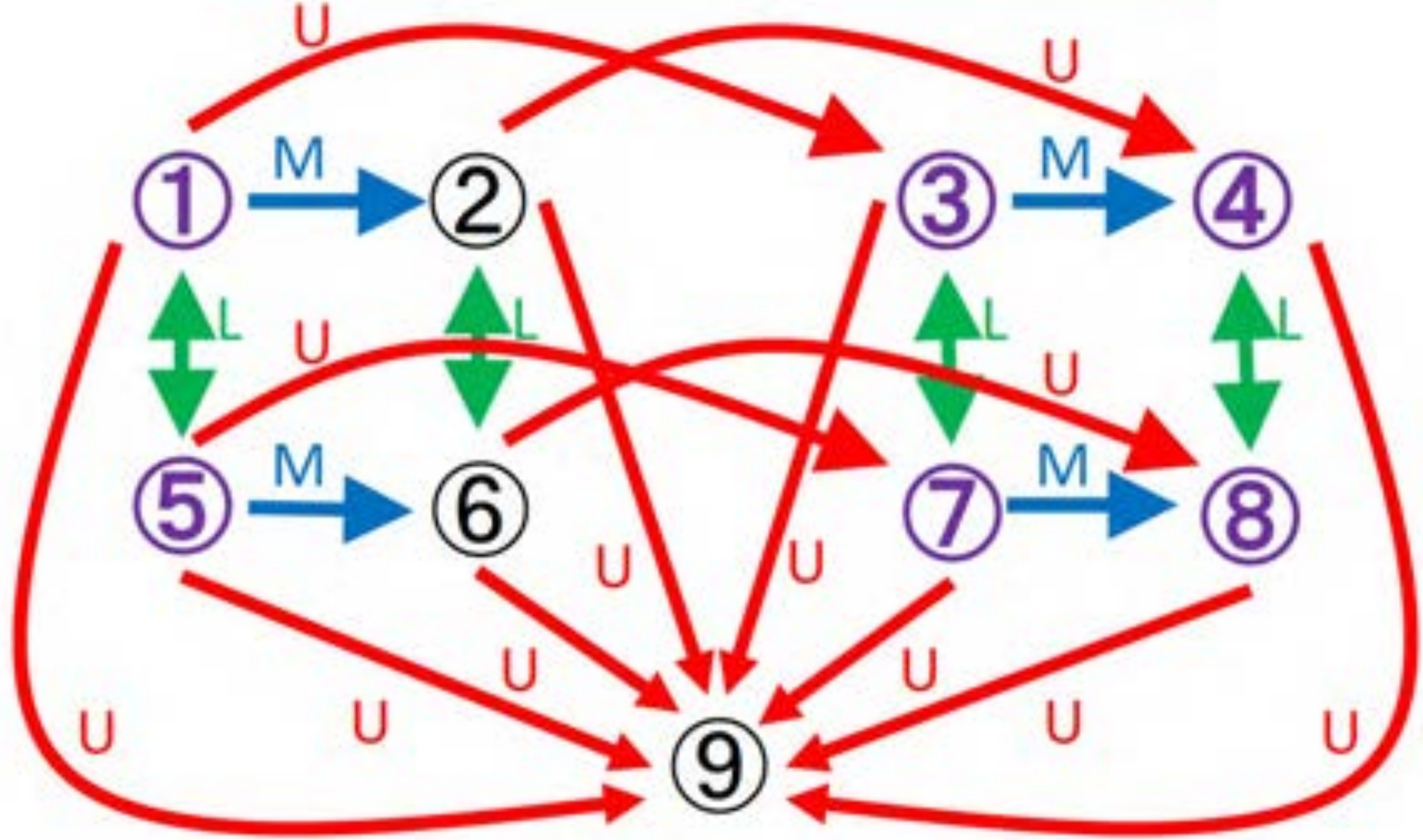
1: ③　①　④　②
2: ②　①　④　③

答

①、②、③

・④は、①が存在するのでパレート最適ではない。
・パレート最適性は「平等性」などは考慮しないので、②や③など選好に偏りがある状態もパレート最適になりうる。

パレート最適な状態はどれでしょう？

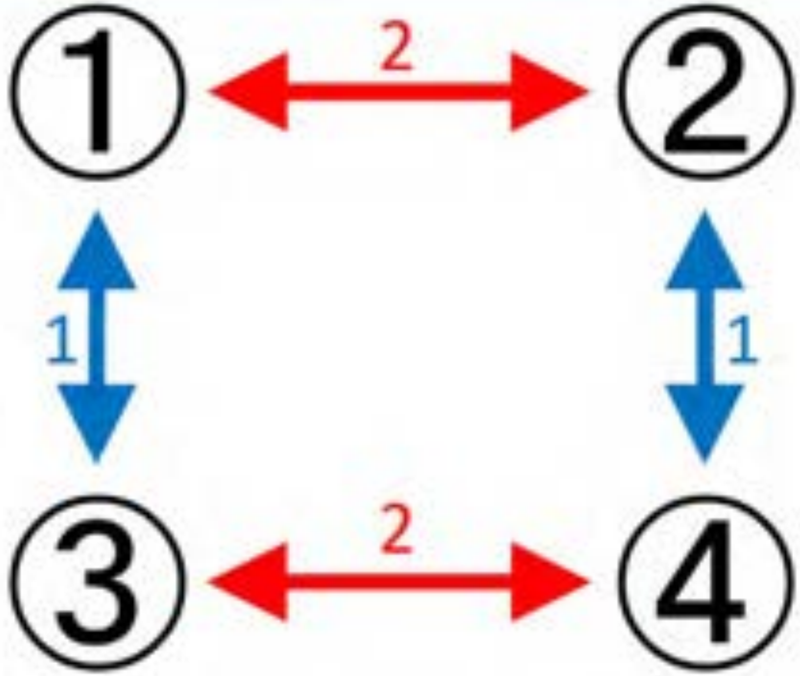


M: ⑦ ③ ④ ⑧ ⑤ ① ② ⑥ ⑨

U: ① ④ ⑧ ⑤ ⑨ ③ ⑦ ② ⑥

L: ⑦ ③ ⑤ ① ⑧ ⑥ ④ ② ⑨

囚人のジレンマ:グラフモデル



1: ③ ① ④ ②

2: ② ① ④ ③

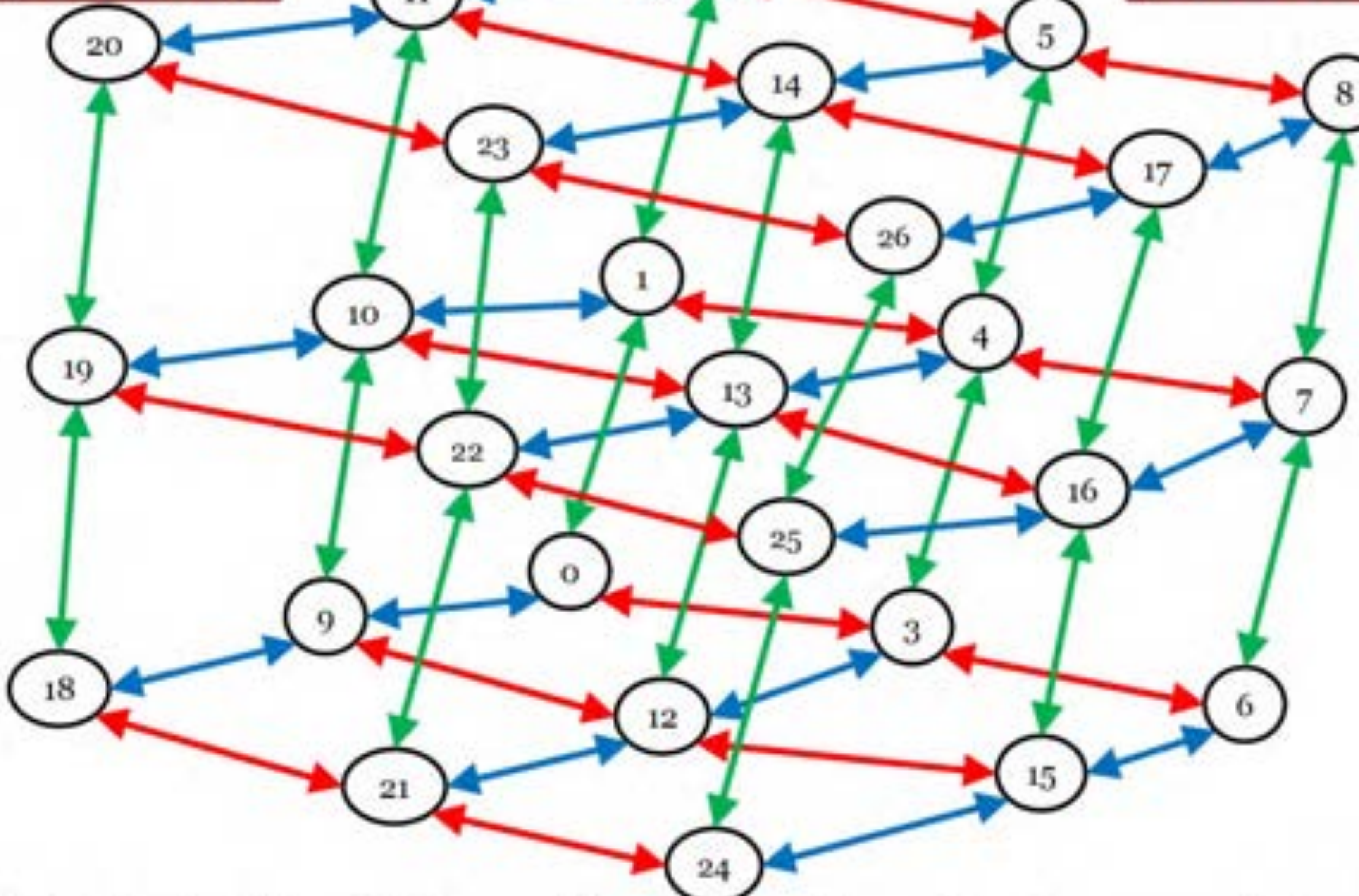
囚人のジレンマの分析

Step 3: See Equilibria

states	GMR	SMR	SEQ	Nash	CGMR	CSMR	CSEQ	CNash	Pareto
1	1	1	1	0	1	1	1	0	1
2	0	0	0	0	0	0	0	0	1
3	0	0	0	0	0	0	0	0	1
4	1	1	1	1	0	0	0	0	0

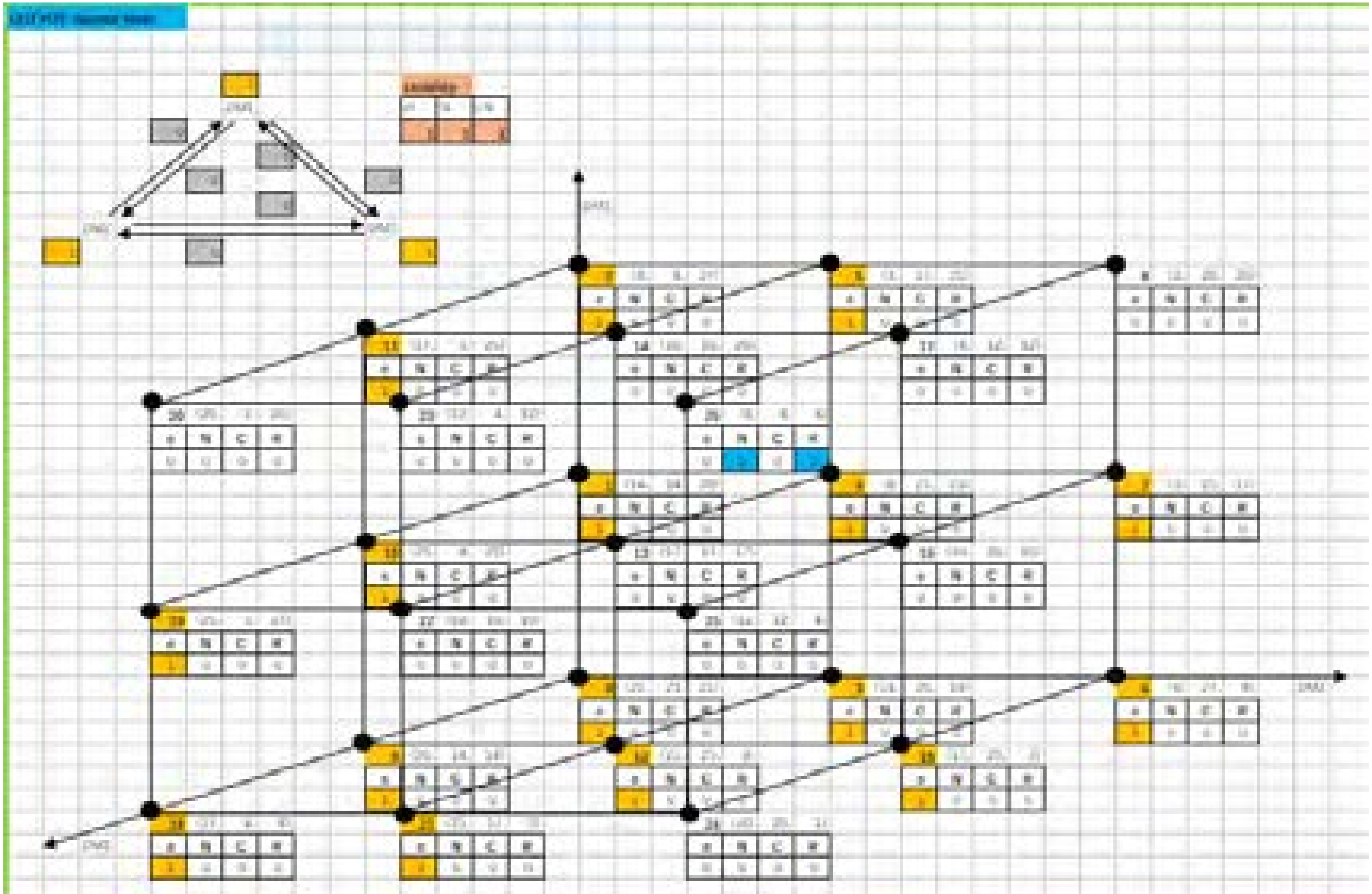
共有地の悲劇

グラフモデル



利得	27	26	25	23	21	20	17	14	12	10	8	4	3	1
1:	18	9	19-21	10-12	0	20-22-24	11-13-15	1-3	23-25	14-16	2-4-6-26	17	5-7	8
2:	6	3	7-15	4-12	0	8-16-24	5-13-21	1-9	17-25	14-22	2-10-18-26	23	11-19	20
3:	2	1	5-11	4-10	0	8-14-20	7-13-19	3-9	17-23	16-22	6-12-18-26	25	15-21	24

共有地の悲劇の分析（3頭）

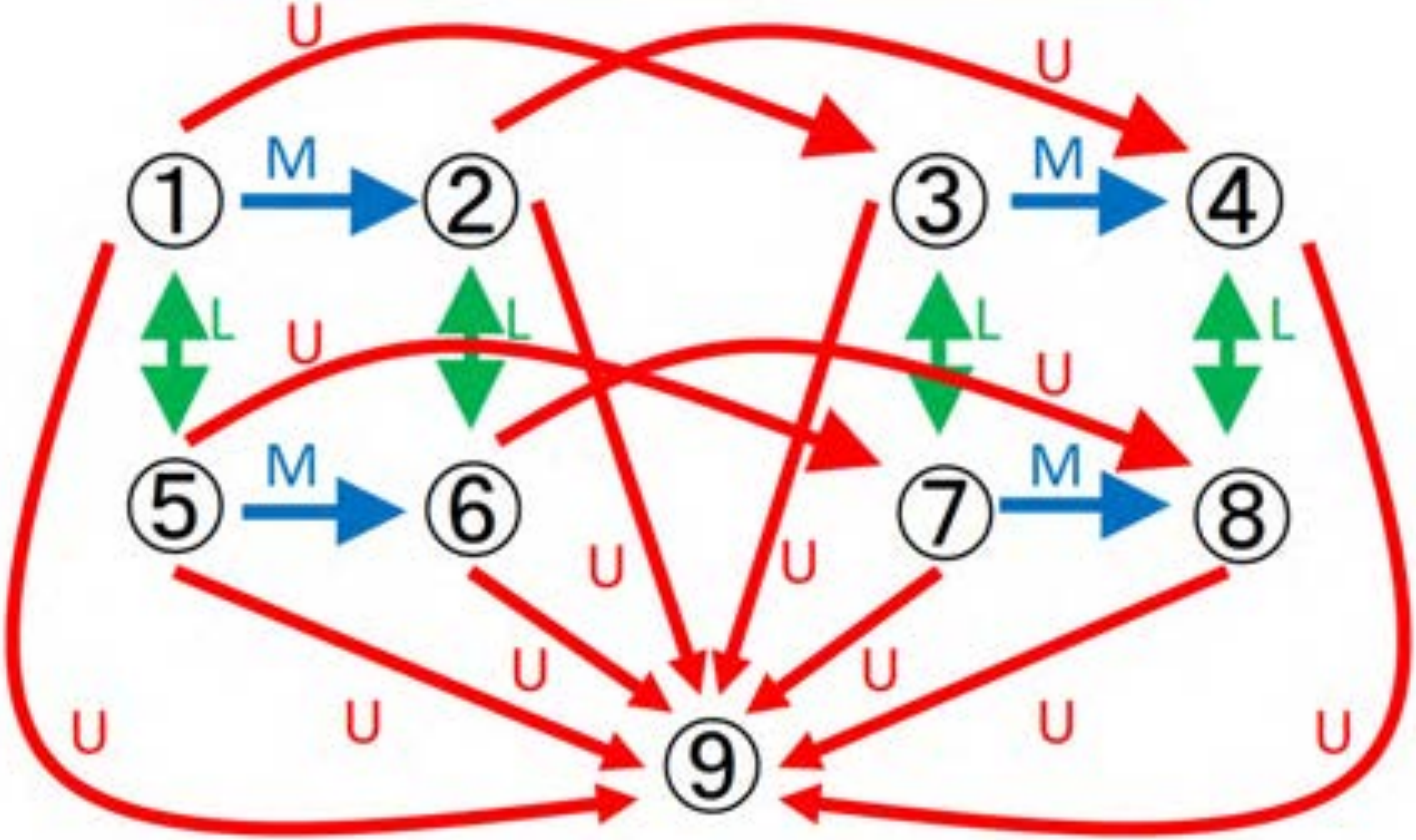


共有地の悲劇の分析(2頭)

Step 3: See Equilibria

states	GMR	SMR	SEQ	Nash	CGMR	CSMR	CSEQ	CNash	Pareto
1	1	1	1	0	1	1	1	0	1
2	1	1	1	0	1	1	1	0	1
3	1	1	1	0	1	1	1	0	1
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	1	1	1	0	1	1	1	0	1
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	1	1	1	1	0	0	0	0	0

エルマイラ・コンフリクト：グラフモデル



M: ⑦ ③ ④ ⑧ ⑤ ① ② ⑥ ⑨

U: ① ④ ⑧ ⑤ ⑨ ③ ⑦ ② ⑥

L: ⑦ ③ ⑤ ① ⑧ ⑥ ④ ② ⑨

エルマイラ・コンフリクトの分析

Step 3: See Equilibria

states	GMR	SMR	SEQ	Nash	CGMR	CSMR	CSEQ	CNash	Pareto
1	1	1	0	0	1	1	0	0	1
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	1
4	1	1	0	0	1	1	0	0	1
5	1	1	1	1	0	0	0	0	1
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	1
8	1	1	1	1	1	1	1	1	1
9	1	1	1	1	1	1	1	1	0

各種分析方法

標準的な分析方法:
合理分析:すべての主体が個人合理的に振る舞った場合の安定・均衡状態を特定したい。
効率分析:社会的に効率的(パレート最適)な状態を特定したい。
発展的分析:
提携分析:主体が提携を形成して合理的に振る舞うことを考慮して、安定・均衡状態を特定したい。提携の組み合わせの増加に伴う計算量の増加に対応する必要がある。
態度分析:利他、加虐、自虐、無私などの振る舞いを考慮して、安定・均衡状態を特定したい。望ましい結果を達成する態度の組み合わせを、主体の数の増加に伴う態度の組み合わせと計算量の増加に対応する必要がある。
遷移時間分析:状態遷移に必要な時間の差から生じる「先回り」や「妨害」を考慮して、安定・均衡状態を特定したい。遷移時間に関する情報の増加に伴う計算量の増加に対応する必要がある。
回避分析:改善の達成だけではなく、損失の回避を考慮して、安定・均衡状態を特定したい。行動基準の多様化に伴う情報量の増加に対応する必要がある。
許容分析:「粗い」情報の蓄積を用いて、選好あるいは安定・均衡状態の推定したい。大量の「粗い」情報の入手と処理に対応する必要がある。
現状分析:現在の状態から望ましい安定・均衡状態に至る状態遷移経路を見つけたい。主体や状態の数の増加に伴う経路の組み合わせと計算量の増加に対応する必要がある。
逆分析　:現在の状態を安定・均衡状態とみなしたときに、それを実現する要素(主体、状態、状態遷移、選好)を見つけたい。要素の増加に伴う計算量の増加に対応する必要がある。

参考文献

合理分析

Fang, L., K.W.Hipel andD. M. Kilgour. Interactive decision making: The graph model for conflict resolution. New York: J.Wiley, 1993.

提携分析

Inohara, T. and K.W. Hipel. Coalition Analysis in the Graph Model for Conflict Resolution. In: Systems Engineering 11.4 (2008), pp. 343–359.

猪原健弘, コンフリクト解決のためのグラフモデル - GMCR: The Graph Model for Conflict Resolution, オペレーションズ・リサーチ 経営の科学 特集, Vol.58, No.4, pp. 204 -211, April 1, 2013.

態度分析

T. Inohara, Relational dominant strategy equilibrium as a generalization of dominant strategy equilibrium in terms of a social psychological aspect of decision making, European Journal of Operational Research, Vol.182, No.2, pp.856-866, October, 2007.

T. Inohara, Keith W. Hipel, and S. Walker, Conflict analysis approaches for investigating attitudes and misperceptions in the War of 1812, Journal of Systems Science and Systems Engineering, Vol.16, No.2, pp.181-201, June, 2007.

遷移時間分析

Inohara,T. ‘State transition time analysis in theGraphModel forConflictResolution’. In:Applied Mathematics and Computation 274 (2016), pp. 372–382.

回避分析

他者の状態遷移に対する回避行動を考慮したコンフリクト解決のためのグラフモデルにおける安定性分析（2019年度修士論文）

許容分析

T. Inohara, Generalizations of the concepts of core of simple games and their characterization in terms of permission of voters, Applied Mathematics and Computation, Vol.132, No.1, pp.47-62, October, 2002.

現状分析

Li, K.W., D. M. Kilgour and K.W. Hipel. Status Quo Analysis in the GraphModel for Conflict Resolution. In: Journal of the Operational Research Society 56 (2005), pp. 699–707.

逆分析

Garcia, A. and K. W. Hipel. Inverse engineering preferences in simple games. In: Applied Mathematics and Computation 311 (2017), pp. 184–194.